

## ÚVOD DO DISKRÉTNÍ MATEMATIKY, PŘEDNÁŠKA 27. 4. 2020

### Samostudium:

doporučená literatura: UDME\_skripta\_1.pdf (na webu Katedry aplikované matematiky)

### Úvod do teorie grafů (zejména neorientovaných)

- Základní pojmy a definice, úplný graf  $K_n$ , kružnice  $C_n$ , bipartitní graf, úplný bipartitní graf  $K_{m,n}$ ; skóre, Havlíův alg.;
- Podgraf (faktor, indukovaný); operace s grafy (odstranění hrany, vrcholu, kontrakce hrany, dělení hrany); homeomorfismus, izomorfismus.
- Souvislost (sled, tah, cesta – otevřený, uzavřený), komponenta grafu;

viz doporučená literatura - kapitola 8. Úvod do teorie grafů (str. 49 - 55)  
- podkapitola 8.1. Souvislost (str. 55 - 56)

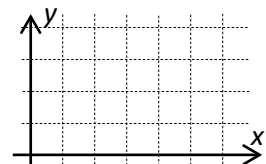
### cvičení 27. 4. 2020

**Vyřešení příklady zašlete (soubor v některém z formátů docx, pdf; max. velikost do 4 MB) mailem na adresu přednášejícího do 11. 5. 2020. Řešení musí být řádně okomentované!**

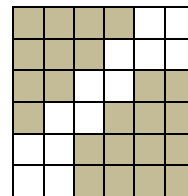
1. Doplňte druhý řádek následující tabulku příslušnými hodnotami z prvního řádku.

$C_{256}^{777}$	$C_{-10}^5$	$C_{-6}^6$	$C_{-4}^8$	$C_{-7}^{-7}$	$C_8^{-8}$	$\bar{C}_6^5$	$\bar{C}_6^7$	$\bar{C}_6^6$	$\bar{A}_3^4$	$\bar{A}_5^3$	$A_5^4$	$A_4^5$

2. Uvažujte rozvinutý tvar výrazu  $(2x - y)^7$ . Spočítejte koeficienty u: a)  $x^3y^5$ ; b)  $x^4y^3$ .
3. Uvažujte rozvinutý tvar výrazu  $(4x - 3y^2 + \frac{2}{3}z - 2)^9$ . a) Určete koeficient u členu  $x^3y^2z^2$ . b)  $x^2y^6z^2$  c) Určete součet koeficientů všech členů rozvoje (není třeba znát rozvoj). Výsledky uvádějte ve tvaru redukovaného zlomku.
4. V rozvoji  $(1 + 3x^2)^{-1/3}$  určete koeficienty u členů: a)  $x^7$ , b)  $x^{14}$ . Výsledky uvádějte ve tvaru redukovaného zlomku.
5. Kolika existuje v symetrické grupě  $S_7$  permutací, kde: a) žádný prvek není na svém místě, b) právě dva nebo čtyři prvky jsou na svém místě.
6. Uvažujte čtvercovou síť, ve které se lze pohybovat pouze pomocí kroků typu A:  $[x,y] \rightarrow [x+1,y]$  nebo B:  $[x,y] \rightarrow [x,y+1]$ . Určete, kolika různými způsoby se lze dostat z bodu  $[0,0]$  do  $[11,11]$  tak, že nepřekročíte diagonálu a neprojdete bodem  $[5,5]$ .



7. Sestavte věžový polynom pro šachovnici z následujícího obrázku.



8. Spočtěte, kolika různými způsoby lze rozdělit 24 nerozlišitelných předmětů mezi 3 různé ženy a 3 různé muže, jestliže musí současně platit: a) ženy dostanou dohromady dvakrát více předmětů než muži; b) každá osoba dostane alespoň 1 a nejvýše 6 předmětů.

9. Kolik existuje v symetrické grupě  $S_7$  permutací, které lze zapsat pomocí 2 nebo 4 nebo 6 disjunktních cyklů.

10. Kolik existuje rozkladů množiny obsahující 8 různých prvků do 2 nebo 5 nebo 7 neprázdných tříd.

11. Necht  $\pi, \rho \in S_7$ , kde  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 6 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $\rho = (2615)(1427)(436)$ . a) Permutace  $\pi, \rho$  zapište ve tvaru součinu disjunktních cyklů. b) Spočtěte  $\pi \cdot \rho^{-1}$ . c) Určete  $x$  tak, aby platilo  $x \cdot \rho^{-1} \cdot x^{-1} = (x \cdot \pi)^{-1}$ . Výsledky zapište vždy ve tvaru součinu disjunktních cyklů.

12. Uvažujte pravidelný pětiúhelník. Určete, kolika různými způsoby lze obarvit jeho hrany, pomocí 5 barev, jestliže uvažujeme: a) 2D symetrie, b) 3D symetrie.  
(obarvení pomocí  $n$  barev = pro obarvení libovolného prvku obarvovaného objektu máme k dispozici kteroukoliv z  $n$  barev a to bez ohledu na již použité barvy)