

---

## ÚVOD DO DISKRÉTNÍ MATEMATIKY, PŘEDNÁŠKA 30. 3. 2020

---

### Samostudium:

doporučená literatura: UDME\_skripta\_1.pdf (na webu Katedry aplikované matematiky)

#### Kombinatorika s omezujícími podmínkami

- Subfaktoriály, odvození, vlastnosti (rekurentní vztahy, exponenciální vytvořující funkce).
- Catalanova čísla  $C_n, n \in \mathbb{N}$  (odvození přes počet cest z  $[0,0] \rightarrow [n,n]$ ).  
Počet permutací realizovatelných pomocí zásobníku; počet různých způsobů uzávorkování  $x_0 \cdot x_1 \cdot \dots \cdot x_n$ ;  
Odvození rekurentního vztahu a obyčejné vytvořující funkce.

viz doporučená literatura - kapitola 1.4. Subfaktoriály, Catalanova čísla (str. 14 - 16)  
- Poznámka na str. 36

---

### UDME - cv. 30. 3. 2020

---

**Vyřešení příklady (soubor v některém z formátů docx, pdf; max. velikost do 4 MB) zašlete mailem na adresu přednášejícího do 13. 4. 2020. Řešení musí být řádně okomentované!**

---

1. Necht  $f(x)$  je vytvořující funkce posloupnosti  $\{a_n\}_0^\infty$  a  $g(x)$  posloupnosti  $\{b_n\}_0^\infty$ . V následujících případech vyjádřete vztah mezi  $g(x)$  a  $f(x)$ . Vztah запиšte ve tvaru  $g(x) = P$ , kde  $P$  je výraz obsahující symbol  $f(x)$ .  
a)  $b_3 = 3, b_n = a_n$  pro  $n \neq 3$ ;    b)  $b_1 = 1, b_3 = 3, b_n = 2a_n$  pro  $n \neq 1,3$ ;    c)  $b_1 = 1, b_n = 2a_n + 5$  pro  $n \neq 1$ .
2. Určete uzavřené tvary vytvořujících funkcí posloupností: a)  $\{n\}_{n=0}^\infty$ , b)  $\{n^2\}_{n=0}^\infty$ .
3. Určete posloupnosti definované následujícími vytvořujícími funkcemi:  
a)  $f(x) = \frac{x+2}{1-2x+x^2}$                       b)  $f(x) = \frac{1}{x^3-7x^2+16x-12}$                       c)  $f(x) = \frac{2x^2}{1-3x+3x^2-x^3}$
4. Určete uzavřené tvary vytvořujících funkcí následujících posloupností:  
a)  $a_n = 3 - 4^{-n}$                       b)  $\{C_n^k\}_{k=0}^n$                       c)  $\{n\}_{n=0}^\infty$   
d)  $\{\sum_{i=0}^n i\}_{n=0}^\infty$                       e)  $\{\sum_{i=0}^k C_n^i\}_{k=0}^n$ .
5. Nalezněte exponenciální vytvořující funkci pro tzv. subfaktoriály  $D(n) = n! \left[ 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right]$