

**Samostudium:**

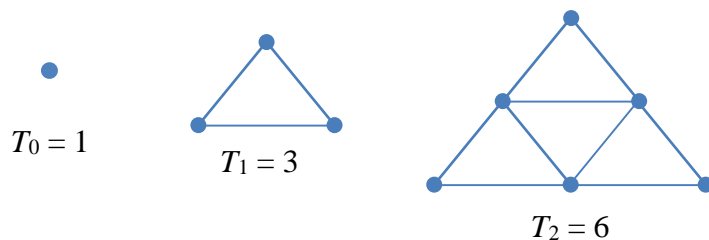
- Věžové polynomy (pojmy - šachovnice, zakázaná políčka),  $r_k(C)$ ,  $r(x; C)$ , rekurentní pravidla pro výpočet.  
doporučená literatura - Kombinatorické metody I, podkapitola 4.2.

Úvod do klasické kombinatoriky

- neuspořádaná  $n$ -tice  $\{a_1, \dots, a_n\}$ , uspořádaná  $n$ -tice  $(a_1, \dots, a_n)$ ;
  - pravidlo součtu, součinu, Dirichletův princip (s důkazem), princip IE;
- doporučená literatura - Kombinatorické metody I, podkapitola 1.1.

UDME - cvičení 16. 3. 2020

- Uvažujte posloupnost pro kterou platí - rozdíl 1. difference v bodě  $n$  a 2. difference v bodě  $n - 1$  je roven  $-7$ .  
a) Sestavte diferenční rovnici a příslušný rekurentní vztah (určete řád, (ne)linear., (ne)homog.).  
b) Určete obecné řešení a dále řešení vyhovující podmínce  $a_0 = 3$ .
- Rozhodněte, které z následujících posloupností jsou řešením rekurentního vztahu  $a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ .  
a)  $a_n = 0$                       b)  $a_n = 1$                       c)  $a_n = 2^n$                       d)  $a_n = 4^n$   
e)  $a_n = n4^n$     f)  $a_n = 2 \cdot 4^n + 3n4^n$                       g)  $a_n = (-4)^n$                       h)  $a_n = n^2 4^n$
- Uvažujte rekurentní vztah  $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + n2^n$ . Nalezněte: a) obecné řešení, b) řešení vyhovující podmínkám  $a_0 = 23, a_1 = 56$ .
- Vyřešte  $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 4 \cdot 3^n$ .
- Vyřešte  $a_n - 2\sqrt{3}a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$ . Určete: a) řešení vyhovující podmínkám  $a_1 = \sqrt{3} - 1, a_2 = 2 - 2\sqrt{3}$ ,  
b) hodnoty  $a_{10}, a_{12}$ . Výsledky musí obsahovat pouze reálná čísla.
- Uvažujte zjednodušený model tzv. rychlého reaktoru, kde zdrojem štěpné reakce jsou rychlé a pomalé neutrony. Pro jednoduchost předpokládáme, že ke srážkám neutronů a jader dochází v diskretních časech  $n \in N$ . Označme  $a_n, b_n$  počty rychlých, resp. pomalých neutronů v čase  $n \in N$  ( $a_0, b_0$  jsou počty neutronů na počátku reakce).  
a) Sestavte rekurentní vztahy pro  $a_n, b_n$ , jestliže platí: i) při srážce rychlého neutronu a jádra vzniknou 2 rychlé neutrony a 1 pomalý; ii) při srážce pomalého neutronu a jádra vznikne 1 rychlý a 1 pomalý neutron. b) Uvedenou soustavu vyřešte metodou vytvořujících funkcí pro  $a_0 = 1, b_0 = 0$ .
- Sestavte a vyřešte rekurentní vztah pro tzv. trojúhelníková čísla  $T_n, n \in N$ . Trojúhelníková čísla vyjadřují počty vrcholů grafů vytvářených dle níže znázorněného postupu.



- Pyramidální čísla  $P_n, n \in N$  jsou prostorovou variantou trojúhelníkových čísel  $T_n$ . Sestavte a vyřešte rekurentní vztah pro  $P_n$ , ( $P_0 = 1, P_1 = 4, P_2 = 10$ ).