

Matematika pro informatiky

(kombinované studium, akademický rok 2017/18)

Předmět je zakončen zkouškou, které musí předcházet získání zápočtu. Podmínky pro získání zápočtu i zkoušky jsou uvedeny níže.

Zápočet

- Student vypracuje zápočtový test – zadání viz níže. Řešení úloh musí být správné a dostatečně podrobně komentované. Formální stránka zpracování musí odpovídat studentu VŠ, obor informatika.
- Vyřešené úlohy je třeba zaslat elektronickou poštou na univerzitní adresu přednášejícího ve formě souboru (v některém z formátů - doc, docx, rtf, pdf), a to nejpozději tři pracovní dny před koncem ZS akademického roku 2017/18.
- O výsledku zápočtu bude student informován mailem nejpozději do čtyř pracovních dnů od doručení řešení zápočtových úloh.

Zkouška

- Student s platným zápočtem se hlásí na zkoušku prostřednictvím systému stag. Zkušební termíny budou uveřejněny ve stagu nejpozději v zápočtovém týdnu ZS 2017/18.
- Zkouška má písemnou a ústní část. K ústní části postoupí pouze student, který uspěl v písemné části (tj. získá alespoň 70 % bodů z celkového možného počtu).

30. října 2017

doc. RNDr. Miroslav Koucký, CSc.
přednášející

Zápočtové příklady 2017/18

(1) Převody mezi číselnými systémy

- Proveďte následující převody mezi uvedenými číselnými systémy
 $(153\ 451)_{11} = ()_{16}$ $(31\ 510)_8 = ()_2$ $(ABBA)_{12} = ()_7$ $(2EC6)_{19} = ()_{17}$

(2) Kanonický rozklad, NSD, NSN, počet dělitelů

- Uvažujte $a = 319\ 127\ 094$, $b = 319\ 333\ 950$, $c = 547\ 800\ 894$. Pomocí kanonických rozkladů najděte: a) $NSD(a, b, c)$, b) počet všech společných dělitelů čísel a, b, c .
- Uvažujte $a = 39\ 131\ 400$, $b = 7\ 507\ 500$, $c = 7\ 854\ 000$. Využijte Eukleidův algoritmus a určete $NSD(a, b, c)$.

(3) Řetězové zlomky

- Pro $\alpha = \frac{4051}{1467}$ sestavte tabulku přibližných zlomků a následně sestavte tabulku přibližných zlomků pro α^{-1} .

(4) Řešení diofantické rovnice $ax + by = c$

- Naleznete všechna celočíselná řešení rovnice $204x - 116y = 44$.

(5) Řešení kongruencí 1. stupně

- Vyřešte kongruenci $884x + 244 \equiv 0 \pmod{756}$. Výsledek zapište v soustavě nejmenších nezáporných zbytků zadaného modulu.

(6) Zobecněná čínská věta o zbytku

- Vyřešte následující soustavu kongruencí $x \equiv 9 \pmod{12}$, $x \equiv 17 \pmod{20}$, $x \equiv 42 \pmod{45}$, $x \equiv 27 \pmod{35}$. Výsledek zapište v soustavě nejmenších nezáporných zbytků odpovídajícího modulu.
- Vyřešte následující soustavu kongruencí $x \equiv 12 \pmod{15}$, $x \equiv 3 \pmod{9}$, $x \equiv 7 \pmod{10}$, $x \equiv 4 \pmod{8}$. Výsledek zapište v soustavě nejmenších nezáporných zbytků odpovídajícího modulu.

(7) Počítání s polynomy

- Nechť $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$, kde $f(x) = 6x^6 + 5x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 2x + 2$ a $g(x) = 5x^5 + x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 5$. a) Pomocí Eukleidova algoritmu určete $NSD(f(x), g(x))$. b) Polynomy $f(x)$ a $g(x)$ rozložte na součin ireducibilních polynomů. Výsledky zapište v soustavě nejmenších nezáporných zbytků.
- Nechť $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}_5[x] / (x^5 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1)$, kde $f(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x + 4$ a $g(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3x + 1$. Spočtěte $g(x) \cdot f(x)$. Výsledky zapište v soustavě nejmenších nezáporných zbytků.

(8) Jednoduchá transpozice, afinní šifra

- Uvažujte šifrování, které probíhá následovně - nejprve je otevřený text zašifrován jednoduchou transpozicí s klíčem $\rho \cdot \tau$, následně afinní šifrou s klíčem $(a, b) = (7, 6)$ a na závěr opět jednoduchou transpozicí s klíčem $\rho^{-1} \cdot \tau^{-1}$, kde $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Zašifrujte text "fastus".

(9) Vigeněrová šifra

- Použijte Vigeněrovův čtverec a klíčové slovo "cirrus". Zašifrujte text "velamentum" a dešifrujte text "UQEXODCZZJ".

(10) Hillova šifra (3 x 3)

- Dešifrujte text "NVMDHD", který vzniknul zašifrováním pomocí Hillovy matice $H = \begin{pmatrix} 23 & 13 & 17 \\ 11 & 4 & 22 \\ 15 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(11) Huffmanova konstrukce (binární varianta)

- Uvažujte zdrojovou abecedu $S = a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9$.
5/41 25/123 2/41 11/41 8/123 5/123 20/123 5/123 2/41
Nalezněte nejkratší kód dané abecedy a spočítejte střední délku kódového slova.

(12) Aritmetické kódy (metoda DFWLD), dyadické zlomky

- Určete: a) dyadický rozvoj čísla $\frac{93}{128}$,
b) racionální číslo reprezentované dyadickým rozvojem 1001.001101.
- Uvažujte zdrojovou abecedu

znak	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
pst.	0,3	0,2	0,2	0,15	0,1	0,05

. Pomocí metody DFWLD zakódujte slovo $a_1 a_2 a_1 a_5$.